Academische Initiële Lerarenopleiding

Maatschappelijke en Wetenschapsfilosofische Analyse van de Vakinhouden

Wet van Coulomb versus Gravitatiewet van Newton.
Allemaal één pot kracht?!

Arno Keppens

Prof. dr. Tine Lenaerts

ICTO Expertisecentrum UGent

Center for Research and Innovation in Physics Education

Vakgroep Vaste-stofwetenschappen

Krijgslaan 281 S1

B-9000 GENT BELGIUM

“Zijn wij nog niet in staat geweest om een reden te ontdekken voor deze eigenschappen van dit verschijnsel zwaartekracht? Ik verzin geen hypothesen. Alles wat niet is afgeleid uit de waarneming wordt gedefinieerd als een hypothese. Of ze nu metafysisch of fysisch zijn, of gebaseerd op verborgen kwaliteiten, of op mechanica, ze hebben geen plaats in de experimentele natuurwetenschap, waarbinnen bijzondere begrippen worden afgeleid uit het verschijnsel en door inductie algemeen gemaakt.”

> *Hypotheses non fingo* (“Ik verzin geen hypothesen”) uit het werk *Principia* van Sir Isaac Newton (natuurkundige, 1643-1727).

“Analogy is perhaps the physicist's most powerful conceptual tool for understanding new phenomena or opening new areas of investigation.”

> Thomas H. Moray (uitvinder, 1892-1974) tijdens een speech in het Valley State College te California (US).

“Modellen en analogieën nemen in de studie van de natuurkunde een zo belangrijke plaats in dat het goed is je te verdiepen in de waarde, maar ook de beperkingen ervan.”

> Jim Jardine (schrijver van handboeken fysica) in zijn veelgebruikte inleiding: *Wat is een model?*

Figuren op de titelpagina: Grijsafdruk van een portret van Sir Isaac Newton door G. Kneller (1702) links en van een portret van Charles-Augustin de Coulomb door H. Lecomte (begin 19e eeuw) rechts.

Inhoud

Gebruikte afkortingen en symbolen

A	grootte van een oppervlakte
a_c	grootte van de centripetale versnelling
C	eenheid van ladingshoeveelheid in Coulomb
C	grootte van de capaciteit van een condensator
C_x	evenredigheidsconstante voor de kracht werkend op deeltjeseigenschap x
D	aantal dimensies van een fysische ruimte of een voorstelling ervan
d_x	krachtdeeltjes geassocieerd met de kracht werkend op deeltjeseigenschap x
δ	rotatiehoek van een torsiebalans
ε	permittiviteit van een willekeurig medium
ε_0	permittiviteit van het vacuüm
F	grootte van een kracht
F_C	grootte van de coulombkracht
F_G	grootte van de gravitatiekracht
F_x	grootte van de kracht werkend op deeltjeseigenschap x
fig.	verwijzing naar het nummer van een figuur
g	gravitatieversnelling voor een voorwerp nabij het aardoppervlak
G	algemene of universele gravitatieconstante
I	grootte van de intensiteit van een golf of veld
k	constante van Coulomb
K	constante van Kepler
kg	eenheid van massa in kilogram
m	eenheid van lengte in meter
m	massa van een lichaam

N	eenheid van kracht in Newton
n	reële macht
P	periode of tijd nodig voor één omwenteling van een hemellichaam
π	wiskundige betekenis: 3,14159…
q	lading van een deeltje
r	onderlinge afstand, straal of voerstraal
r_A	straal van de aarde
r_{gem}	gemiddelde onderlinge afstand, straal of voerstraal
r_{MA}	afstand tussen het centrum van de maan en het centrum van de aarde
t	tijdstip of lengte van een tijdsinterval
v	grootte van de snelheid van een lichaam
vgl.	verwijzing naar het nummer van een vergelijking
x	deeltjeseigenschap zoals lading of massa

1. Inleiding

De analogie tussen de bekende Wet van Coulomb en de Gravitatiewet van Newton is niet te ontkennen. Beide fysische wetten geven een uitdrukking voor de grootte van een kracht, respectievelijk tussen elektrische ladingen – de coulombkracht F_C – en tussen massa's – de gravitatiekracht F_G:

$$F_C = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{1}$$

$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{2}$$

In deze klassieke uitdrukkingen stellen de grootheden k en G respectievelijk de coulombconstante en gravitatieconstante voor, die bij benadering gelijk zijn aan $8{,}988 \cdot 10^9$ N.m²/C² en $6{,}674 \cdot 10^{-11}$ N.m²/kg². De coulombkracht werkt tussen twee elektrische (punt)ladingen q_1 en q_2, terwijl de gravitatiekracht steeds twee (punt)massa's m_1 en m_2 met elkaar verbindt. Beide krachten voldoen bovendien aan de omgekeerde kwadraatwet, die zegt dat de grootte van de kracht omgekeerd evenredig is met het kwadraat van de afstand r tussen twee beschouwde fysische objecten.

In deze verhandeling kan op de eerste plaats een korte geschiedenis over het onafhankelijke ontstaan van de vergelijkingen (1) en (2) niet ontbreken. Hierbij zal onderzocht worden hoe respectievelijk de heer Charles-Augustin de Coulomb en Sir Isaac Newton tot gelijkaardige wiskundige formuleringen kwamen van twee materie-interacties die men als verschillende fysische fenomenen kan beschouwen.

Vervolgens zal een vergelijking met het recentere Standaardmodel worden gemaakt. In dit model worden deeltjesinteracties op basis van elektrische lading en massa eveneens op analoge manier verklaard (door respectievelijk uitwisselen van fotonen en gravitonen), maar de onderliggende theorie verschilt hierbij toch significant van de klassieke natuurkundige wetten.

Een volgend aspect van de paper zal de vraag behandelen of we vandaag de natuurwetten in kwestie volledig los van gekende theorieën en aan de hand van empirische gegevens kunnen reconstrueren. Ook hierbij kan men zich dan afvragen om welke reden(en) beide fenomenen tot eenzelfde formalisme aanleiding geven.

Uiteindelijk zal worden afgesloten met een lesopdracht over dit onderwerp, die wordt uitgewerkt in de vorm van een lesvoorbereiding.

2. Historiek

In dit gedeelte zal besproken worden hoe de Wet van Coulomb en de Gravitatiewet van Newton onafhankelijk van mekaar en in hun respectievelijke tijdsgeest zijn opgesteld. Daarbij kan uiteraard ook een beknopte situering van de desbetreffende natuurkundigen Charles-Augustin de Coulomb (1736-1806) en Sir Isaac Newton (1643-1727) niet ontbreken. Aangezien vanuit geschiedkundig standpunt de Gravitatiewet van Newton voor de Wet van Coulomb is ontstaan, zullen beide wetten in wat volgt in deze historische volgorde behandeld worden.

2.1. Sir Isaac Newton en zijn *Principia*

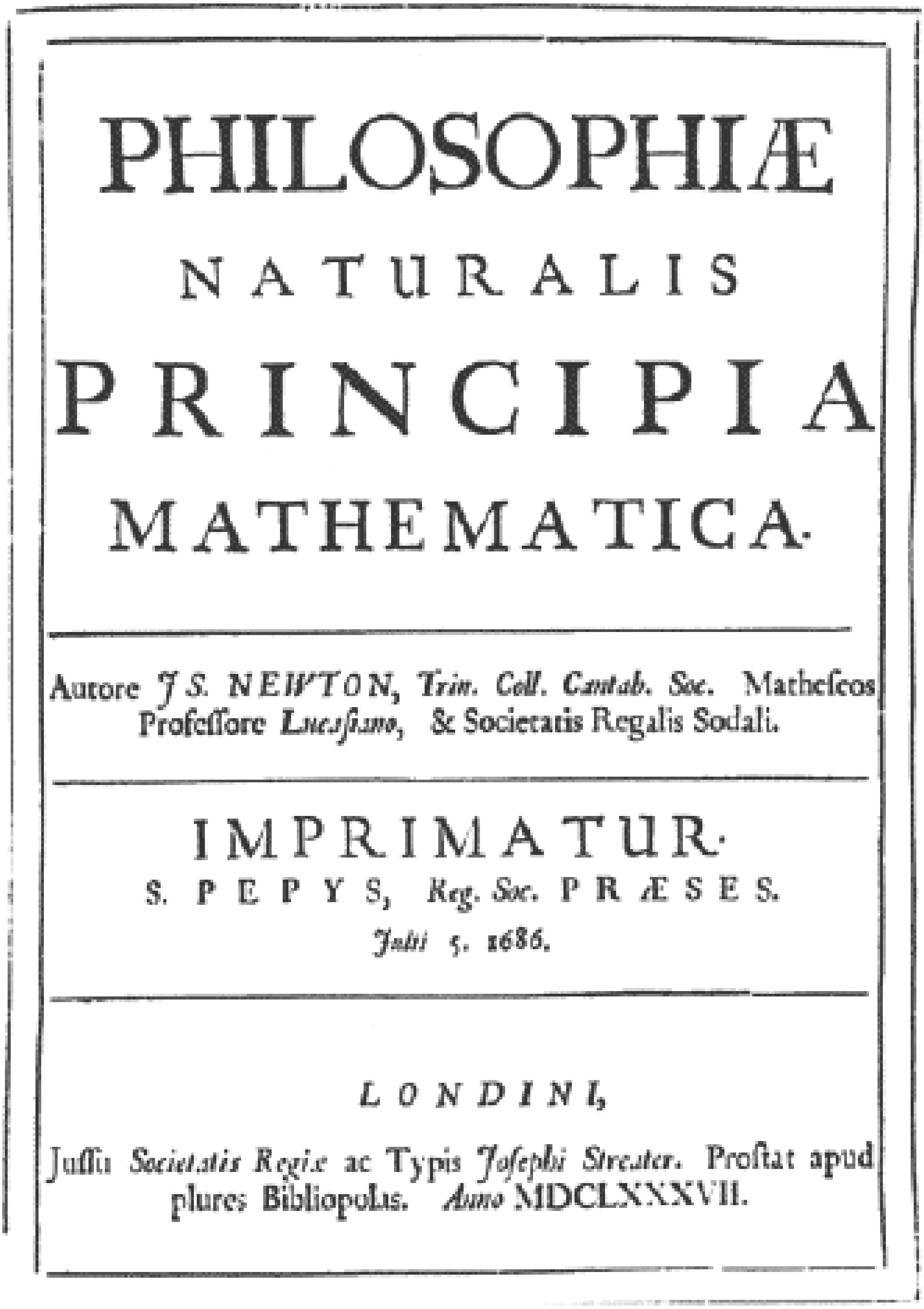
Isaac Newton werd geboren als enig kind van John Newton and Hannah Ayscough in een Engels gehucht dat nu Woolsthorpe-by-Colsterworth heet, gelegen op zo'n 15 km ten zuidwesten van Grantham, Lincolnshire. Volgens de huidige Gregoriaanse kalender, die in Engeland pas in 1752 de Juliaanse kalender verving, werd Newton geboren op 4 januari 1643. (Volgens de Juliaanse kalender echter, die tijdens Newton's leven in Engeland van kracht was, leefde hij van 25 december 1642 tot 20 maart 1727.)

Newton's moeder hoopte dat haar oudste zoon het geërfde landbouwbedrijf zou gaan beheren, maar het landbouwersleven interesseerde Newton helemaal niet. Daarom vertrok hij tijdens zijn achttiende levensjaar (in 1660) naar Cambridge. De ontmoeting met de wiskundige Isaac Barrow (1630-1677) maakte daar een diepe indruk op hem. Onder diens invloed bestudeerde Newton dan ook een aantal grote basiswerken, waaronder de *Elementen* van Euclides (ongeveer 300 v.Chr.), de *Dialogo* van Galileo Galilei (1564-1642), de *Geometrica* van Descartes (1596-1650) en de *Arithmetica Infinitorum* van John Wallis (1616-1703). Als gevolg van zijn inzet en intelligentie werd Newton in 1669 verkozen tot zogeheten *Lucasian Professor* aan de Universiteit van Cambridge.

Newton's intelligentie bleek duidelijk uit het feit dat hij voor zijn vijfentwintigste al drie fundamentele ontdekkingen had gedaan. Daartoe behoorden een aanzet voor de universele gravitatiewet, het met behulp van een prisma aantonen dat wit licht uit de kleuren van de regenboog is samengesteld en de ontwikkeling van de differentiaal- en integraalrekening. Bovendien waren zijn technische vaardigheid en praktische belangstelling ook enorm groot. Newton had toen al de eerste spiegeltelescoop geconstrueerd.

Gedurende zijn loopbaan te Cambridge legde Newton naast alle voorgaande ook de basis voor de klassieke mechanica, de warmteleer en (een deel van) de hydrodynamica. Zijn werk beperkte zich echter niet tot de wis- en natuurkunde. Newton was namelijk ook een welbekend filosoof, theoloog en alchemist. Dit laatste verwondert niet, wetende dat de meeste geleerden uit Newton's tijd (en zelfs tot ver in de 18e eeuw) belangstelling hadden voor disciplines die nu onder de noemer pseudowetenschappen vallen.

Isaac Newton verhuisde in 1696 naar Londen om er muntmeester te worden. Drie jaar later al werd hij *Master of the Mint* (Directeur van de Munt), een titel die hij tot zijn dood op 31 maart 1727 zou behouden. Voor zijn werk bij de Munt werd Newton in 1705 geridderd door Queen Anne, vandaar ook de aanspreking *Sir* Isaac Newton die meestal wordt gehanteerd.



PHILOSOPHIÆ

NATURALIS

PRINCIPIA

MATHEMATICA.

Autore *J S. NEWTON*, *Trin. Coll. Cantab. Soc.* Matheseos Professore *Lucasiano*, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.

S. PEPYS, *Reg. Soc.* PRÆSES.

Julii 5. 1686.

LONDINI,

Jussu *Societatis Regiæ* ac Typis *Josephi Streater*. Prostat apud plures Bibliopolas. *Anno* MDCLXXXVII.

Fig. 1. Titelpagina van het werk *Philosphiae Naturalis Principia Mathematica* van de hand van Sir Isaac Newton (eerste uitgave, 5 juli 1686).

Het werk *Philosphiae Naturalis Principia Mathematica* (Latijn: "Wiskundige beginselen van de natuurfilosofie," kortweg *Principia Mathematica* of *Principia*) van de hand van Sir Isaac Newton is driedelig en werd voor het eerst gepubliceerd tijdens zijn drieënveertigste levensjaar op 5 juli 1686 (zie fig. 1). Newton zou de bundel, die ettelijke duizenden pagina's telt, in twee jaar tijd hebben geschreven. Hij werkte er dan ook dag en nacht aan.

De *Principia* wordt nog steeds beschouwd als een van de invloedrijkste wetenschappelijke publicaties ooit. Newton voerde in dit werk onder meer de grondslag voor de moderne mechanica in, namelijk de drie Wetten van Newton, samen met de wetten voor behoud van impuls en impulsmoment. Zoals eerder aangehaald ontwikkelde Newton tijdens het formuleren van zijn natuurkundige theorieën een nieuw gebied binnen de wiskunde dat bekend staat als de differentiaal- en integraalrekening, maar in de *Principia* gebruikt Newton vrijwel uitsluitend meetkundige bewijzen. Deze methodiek ligt dan ook meer in lijn met de typische werken van bijvoorbeeld Euclides en Archimedes (ongeveer 287-212 v.Chr.) die hij zelf bestudeerd had.

De inhoud van Newton's *Principia* kan als volgt worden samengevat: Het eerste gedeelte is een uitgebreid voorwoord waarin Newton onder meer de werveltheorie van René Descartes voor de mechanica bestrijdt. Daarop volgen twee kleinere stukken die een hele reeks definities en basisaxioma's bevatten. Tot deze axioma's behoren bijvoorbeeld ook de bewegingswetten van de klassieke mechanica.

Boeken I en II worden gebundeld onder de noemer *De Motu Corporum* ("Over de beweging van lichamen"). Hierin beschrijft Newton het vervolg van zijn bevindingen in verband met mechanica en hydrodynamica. Bovendien geeft hij bij elke discipline verschillende toepassingen.

Het derde Boek van Newton's *Principia* is getiteld *De Mundi Systemate* ("Over het systeem van de wereld") en behandelt hoofdzakelijk de universele gravitatiekracht met allerlei toepassingen in het zonnestelsel, soms aan de hand van meetgegevens van John Flamsteed (1646-1719). Een kleiner gedeelte van dit derde Boek bevat de bespreking van de harmonische oscillator.

Boek III is zowel historisch als specifiek voor deze verhandeling veruit het belangrijkste van Newton's gehele *Principia*. Op het moment dat Newton zijn werk publiceerde was namelijk bitterweinig bekend over de zwaarte- of gravitatiekracht. Aristoteles (ongeveer 384-322 v.Chr.) meende bijvoorbeeld dat voorwerpen naar beneden vallen omdat het midden van de aarde de zogenaamde 'natuurlijke plaats van de materie in de ladder der natuur' is. Isaac Newton heeft echter aan de hand van beschrijvingen van voorgangers (zie deel 2.2) als eerste het belang van de gravitatiekracht in zowel aardse verschijnselen als de kosmologie in beeld gebracht. De op dat ogenblik gedurfde toepassing van identieke wetten op zowel 'hemelse' als 'aardse' verschijnselen, betekende dan ook een diepe breuk met een tweeduizend jaar oude gedachte van antieke Griekse natuurfilosofen.

In een bekend geworden voorbeeld van dit laatste gaf Newton nogmaals zelf blijk van zijn eigen intelligentie. Newton stelde dat de maan steeds naar de aarde toe valt en meende dat dus ook een kanonskogel (aards) die met voldoende snelheid zou worden afgeschoten in een baan rond de aarde (hemels) zou terechtkomen (zie fig. 2). Dezelfde redenering gebruikte hij door toepassing van zijn universele Gravitatiewet bovendien om de beweging van andere hemellichamen, zoals planeten en kometen, te verklaren.

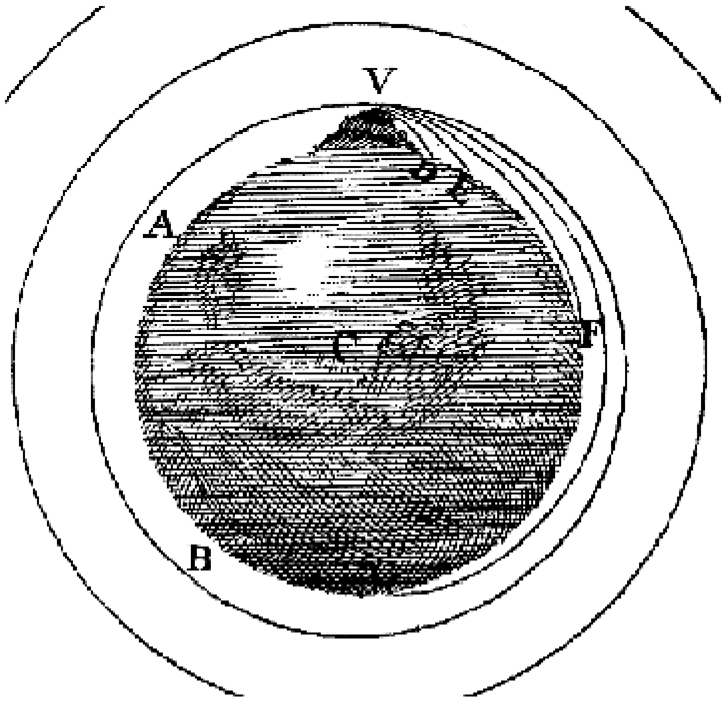


Fig. 2. Houtsnijwerk uit het derde boek van Newton's *Principia*: *De Mundi Systemate* ("Over het systeem van de wereld"). Op het punt V staat een kanon dat kogels met verschillende snelheden afvuurt. Een kogel die met voldoende hoge snelheid wordt weggeschoten, komt volgens Newton's Gravitatiewet in een baan om de aarde terecht.

Om dit gedeelte af te ronden moet nog worden vermeld dat Sir Isaac Newton ongetwijfeld een hoofdrol speelde in de zogeheten wetenschappelijke revolutie. Vooral dan omdat de nu in alle natuurwetenschappen vanzelfsprekende combinatie van wiskundig modelleren en experimenteel testen een innovatie is die aan Newton kan worden toegeschreven. Al hebben Galileo Galilei en Blaise Pascal (1623-1662) niet te ontkennen voorbereidend werk gedaan. De wetenschappelijke revolutie heeft er uiteindelijk toe geleid dat de klassieke natuurfilosofie is overgegaan in de hedendaagse natuurwetenschap, die nog steeds bedreven wordt volgens een algemeen aanvaarde wetenschappelijke methode.

2.2. Gravitatiewet van Newton

"If I have seen further, it is by standing on the shoulders of giants." ("Als ik verder kon zien, is dat omdat ik op de schouders van reuzen stond."), schreef Sir Isaac Newton op 15 februari 1676 in een brief aan Robert Hooke. Tot deze spreekwoordelijke reuzen van de natuurkunde behoorden zonder twijfel Nicolaas Copernicus (1473-1543), Tycho Brahe (1546-1601) en Johannes Kepler (1571-1630). Copernicus hielp namelijk als grondlegger van de heliocentrische theorie de astronoom Kepler de wetten van de planetenbeweging te ontdekken. Kepler maakte hierbij vooral gebruik van de meetgegevens die Brahe in de loop van zijn leven over ons zonnestelsel verzamelde. De zogenaamde wetten van Kepler geven dan ook een kinematische beschrijving van de planetenbeweging en luiden als volgt:

I. *De planeten beschrijven elliptische banen, met de zon in één van de brandpunten.*

II. *De voerstraal van elke planeet ten opzichte van de zon beschrijft in gelijke tijden gelijke oppervlakken van zijn ellips.* Deze wet wordt de perkenwet genoemd (zie fig. 3).

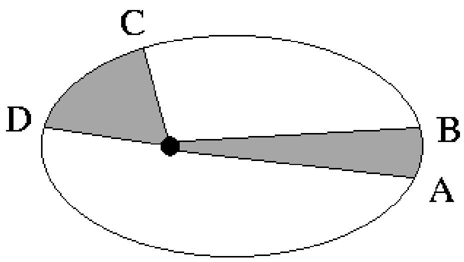


Fig. 3. Grafische voorstelling van de tweede wet van Kepler. De oppervlakte beschreven door de voerstralen A en B is gelijk aan diegene beschreven door de voerstralen C en D. Een planeet die beweegt volgens de ellips zal de afstand AB dus in eenzelfde tijd afleggen als de afstand CD.

III. *De kwadraten van de omlooptijden zijn evenredig met de derde machten van de gemiddelde afstanden van de planeten tot de zon.*

De derde wet van Kepler kan voorgesteld worden door de volgende vergelijking:

$$P^2 = Kr_{gem}^3 \qquad (3)$$

waarin P en r_{gem} respectievelijk de periode of tijd voor één omwenteling en de gemiddelde afstand van de planeet tot de zon voorstellen. K is een evenredigheidsconstante die hier als hoofdletter wordt genoteerd om verwarring met de coulombconstante de vermijden.

In zijn eerder besproken *Philosphiae Naturalis Principia Mathematica* leidde Newton uit de wetten van Kepler de Gravitatiewet af voor de kracht tussen twee planeten van ons zonnestelsel. Daarna pas generaliseerde hij het resultaat voor elk tweetal massa's. In wat volgt wordt een licht vereenvoudigde versie van deze afleiding gegeven, maar dat verandert niets aan de redenering of de fysica van het beschouwde systeem.

De eerste wet van Kepler stelt dat de baan van een planeet een ellips is. De excentriciteit van de door Kepler waargenomen planeetbanen is echter steeds zeer klein (≈ 0). Newton beschouwde dus een bijzonder geval van een ellips, namelijk de cirkel, waarbij de twee brandpunten in het middelpunt samenvallen. In dat geval is volgens de tweede wet van Kepler de kracht F die ervoor zorgt dat de ene planeet om de andere roteert naar het middelpunt gericht. Als nu de cirkelbeweging van de planeet met massa m_1 betrokken wordt op een coördinatensysteem dat met m_2 (de centrale planeet) verbonden is, dan is F de centripetale of middelpuntzoekende kracht, die volgens Newton's eigen wetten van de klassieke mechanica wordt gegeven door:

$$F = \frac{m_1 v^2}{r} \tag{4}$$

met v de snelheid van de roterende planeet die raakt aan de cirkelbaan van deze planeet en r de voerstraal of onderlinge afstand tussen beide planeten (zie fig. 4).

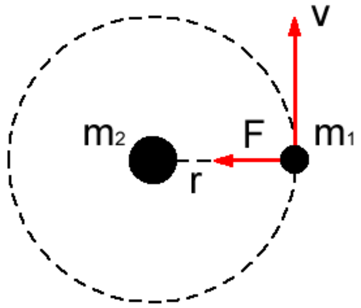


Fig. 4. Beweging van een planeet m_1 onder invloed van zijn centripetale gravitatiewerking met de centrale planeet m_2 op een afstand r.

Strikt genomen zou in vgl. (4) in plaats van m_1 de gereduceerde massa van m_1 en m_2 moeten genomen worden, maar deze vereenvoudiging heeft geen invloed op verdere conclusies.

De snelheid v van de planeet kan nu vervangen worden door de omtrek van de planeetbaan (gelijk aan $2\pi r$) gedeeld door de periode P of de tijd die het hemellichaam nodig heeft om deze volledige omtrek één keer af te leggen:

$$F = \frac{m_1}{r}\frac{4\pi^2 r^2}{P^2} = \frac{4\pi^2 m_1 r}{P^2} \tag{5}$$

Als nu in deze laatste uitdrukking de derde wet van Kepler (3) wordt ingevuld, waarbij de gemiddelde voerstraal wordt gelijk gesteld aan de straal van de planeetbaan r, dan volgt hieruit het volgende:

$$F = \frac{4\pi^2 m_1 r}{Kr^3} = \frac{4\pi^2 m_1}{Kr^2} \tag{6}$$

waarmee reeds bewezen is dat de gravitatiewerking centraal moet zijn en omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand.

Met dit laatste resultaat (6) was Newton echter nog niet tevreden. Hij concludeerde dat de gravitatiewerking een universele eigenschap van alle materie diende te zijn, zodat men kan stellen dat de middelpuntzoekende kracht F evenredig met de hoeveelheid materie in elk van de lichamen, dus met de massa's m_1 en m_2 van de planeten is:

$$F = \frac{4\pi^2}{m_2 K}\frac{m_1 m_2}{r^2} = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{7}$$

met $G = 4\pi^2 / m_2 K$ een constante (K is zelf omgekeerd evenredig met m_2, een gegeven dat Kepler nog niet had ontdekt) die nu de universele gravitatieconstante wordt genoemd. Newton formuleerde daarom zijn algemene of universele Gravitatiewet, die nu voor alle materie geldig is, als volgt:

> *De gravitatiewerking tussen twee (punt)massa's kan worden uitgedrukt door een aantrekkende centrale kracht die evenredig is met de massa's en omgekeerd evenredig met het kwadraat van de onderlinge afstand.*

Newton toetste zelf de juistheid van zijn veronderstelling door de centripetale versnelling van de maan te vergelijken met de gravitatieversnelling g van voorwerpen nabij het oppervlak van de aarde. Newton kon gemakkelijk een wiskundige formulering voor deze grootheid g bepalen door uitdrukking (7) te vergelijken met zijn tweede basiswet van de mechanica:

$$F = m \cdot g \tag{8}$$

of in woorden: een kracht F kan steeds worden uitgedrukt als het product van een massa m en een versnelling, in dit geval de gravitatieversnelling g.

Als nu $m = m_1$ de massa van een voorwerp nabij het aardoppervlak is, en m_2 gelijk is aan de massa van de aarde, dan geldt:

$$g = G\frac{m_2}{r_A^2} \tag{9}$$

waarbij r_A de straal van de aarde voorstelt. De gravitatieversnelling g kon door Newton en zijn tijdgenoten rechtstreeks experimenteel worden bepaald als zijnde ongeveer $9,80 \text{ m/s}^{-2}$.

Bovendien kan de centripetale versnelling van de maan a_c, opnieuw volgens de Newtoniaanse mechanica, geschreven worden als $v^2 / r_{MA} = 4\pi^2 r_{MA} / P^2$, met $r_{MA} = 3,84 \cdot 10^8$ m de afstand van het centrum van de maan tot het centrum van de aarde en $P = 2,36 \cdot 10^6$ s de omlooptijd van de maan rond de aarde. Hieruit volgt dan dat $a_c = 2,72 \cdot 10^{-3}$ m/s^{-2} zodat:

$$\frac{g}{a_c} = 3602 \approx 60^2 \tag{10}$$

Maar omdat de gemiddelde straal van de aarde gekend was als $r_A = 6,37 \cdot 10^6$ m, kon Newton ook de volgende verhouding uitrekenen:

$$\left(\frac{r_{MA}}{r_A}\right)^2 = \left(\frac{384}{6,37}\right)^2 \approx 60^2 \tag{11}$$

Uit deze ruwe berekening blijkt dus dat binnen een zekere nauwkeurigheid de twee versnellingen (van zowel ‘aardse’ als ‘hemelse’ lichamen) omgekeerd evenredig met het kwadraat van de beschouwde afstanden zijn. Dit is geheel in overeenkomst met vgl. (7), (8) en (9), wat Newton als een experimenteel bewijs voor zijn veronderstellingen beschouwde.

Zelf heeft Sir Isaac Newton nooit een nauwkeurige waarde voor de universele gravitatieconstante G op paper kunnen zetten. Deze constante werd pas in 1798 door Henry Cavendish (1731-1810) experimenteel vastgelegd. Aangezien de grootte van de gravitatieconstante onlosmakelijk met de Gravitatiewet van Newton verbonden is, zal de meetmethodiek van Cavendish in het volgende gedeelte (zie 2.3) uitvoerig besproken worden. Hierbij moet echter worden opgemerkt dat deze constante zelfs tot op heden één van de minst nauwkeurig bepaalde natuurconstanten blijft.

2.3. Torsiebalans van Cavendish

Henry Cavendish werd geboren op 10 oktober 1731 en studeerde net als Newton in Cambridge om pas op latere leeftijd in Londen te gaan wonen. Cavendish leidde ondanks zijn adellijke afkomst een sober, eenzaam en streng regelmatig leven. Hij stond er dan ook al snel voor bekend quasi al zijn tijd aan wetenschappelijk onderzoek te spenderen.

Naast de gravitatieconstante G bepaalde Cavendish ook de gemiddelde dichtheid van de aarde en de samenstelling van lucht. Verder ontdekte hij in 1766 het element waterstof, waarvoor hij al zeer snel de *Copley Medal* (de hoogste onderscheiding jaarlijks uitgereikt door de *Royal Society of London*) kreeg. Cavendish stierf dan ook te Londen als een befaamd experimenteel natuurkundige op 24 februari 1810.

Voor het bepalen van de universele gravitatieconstante maakte Henry Cavendish gebruik van zijn later wereldberoemd geworden torsiebalans. Het zogeheten experiment van Cavendish werd uitgevoerd in 1798 en wordt schematisch voorgesteld in fig. 5. Om het experiment niet te verstoren voerde Cavendish het in een volledig afgesloten kamer uit. Daarbij werd de beweging van de torsiebalans van buitenaf bekeken met behulp van een telescoop. De torsiebalans van Cavendish werkt daarbij als volgt:

Als de vaste massa's m' dicht bij de kleinere massa's m geplaatst worden, ontstaat door de gravitatiewerking een (zeer klein, maar voldoende waarneembaar) koppel F op de horizontale staaf zodat de draad OC geroteerd wordt. Er treedt een evenwicht op van zodra het gravitatie- en het torsiekoppel even groot worden. Het torsiekoppel is tevens evenredig met de hoek δ, die via spiegel M gemeten wordt door de verplaatsing van de lichtstraal uit de lamp op de schaal S. Door de proef te herhalen bij verschillende afstanden r en met verschillende massa's m en m', kon Cavendish de gravitatiewet verifiëren en een waarde voor de gravitatieconstante berekenen. Deze grootte van G bedraagt $(6,67428 \pm 0,00067)10^{-11}$ N.m²/kg² en wordt op dit moment nog steeds de waarde of constante van Cavendish genoemd.

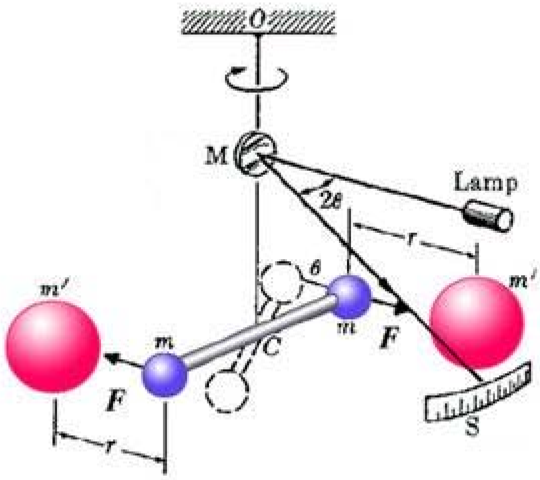


Fig. 5. Schets (uitvoerder onbekend) van het experiment van Cavendish links. De opening in de muur werd uiteraard slechts toegevoegd door de tekenaar om de experimentele opzet te tonen. Rechts een schematische voorstelling van de gebruikte torsiebalans.

2.4. Charles-Augustin de Coulomb en zijn torsiebalans

Charles-Augustin de Coulomb werd op 14 juni 1736 geboren te Angoulême, Frankrijk. Slechts enkele jaren na zijn geboorte, verhuisde Coulomb met zijn familie naar Parijs, waar hij op jonge leeftijd in het *Collège Mazarin* werd ingeschreven. Daar werd hij zowel breed als diepgaand onderwezen in een ruim assortiment aan vakgebieden. Op vierentwintigjarige leeftijd (in 1760) trad Coulomb toe tot de *Ecole du Génie*, een ingenieursschool met befaamde status die eigendom was van het Franse leger. Met enige tegenzin werd Coulomb dan ook vier jaar later naar het verre Martinique (West Indië) gestuurd om er *Fort Bourbon* veiliger en beter bestand tegen vijandige aanvallen te maken. Na negen voor hem lange jaren (in 1773) moest hij echter wegens ziekte naar Frankrijk terugkeren.

Het is bij zijn terugkomst in Frankrijk dat Charles-Augustin de Coulomb zijn onderzoeken naar elektriciteit en magnetisme aanving. Vier jaar later won hij zijn eerste wetenschappelijke prijs met ‘een apparaat om kleine elektrostatische krachten te meten’. Dit apparaat doet dus dienst als elektroscoop en wordt nog steeds de torsiebalans van Coulomb genoemd (zie fig. 6). Spijtig genoeg kwam de experimentele carrière van deze natuurkundige vroegtijdig tot een eind door het aanbreken van de Franse Revolutie in 1789.

Charles-Augustin de Coulomb stierf op 23 augustus 1806 te Parijs en liet daarbij twee zonen na. Hoewel zijn faam als wetenschapper naar het einde van zijn leven toe duidelijk afnam, is hij toch één van de 72 Fransen wiens naam op de Eiffeltoren gegrift staat.

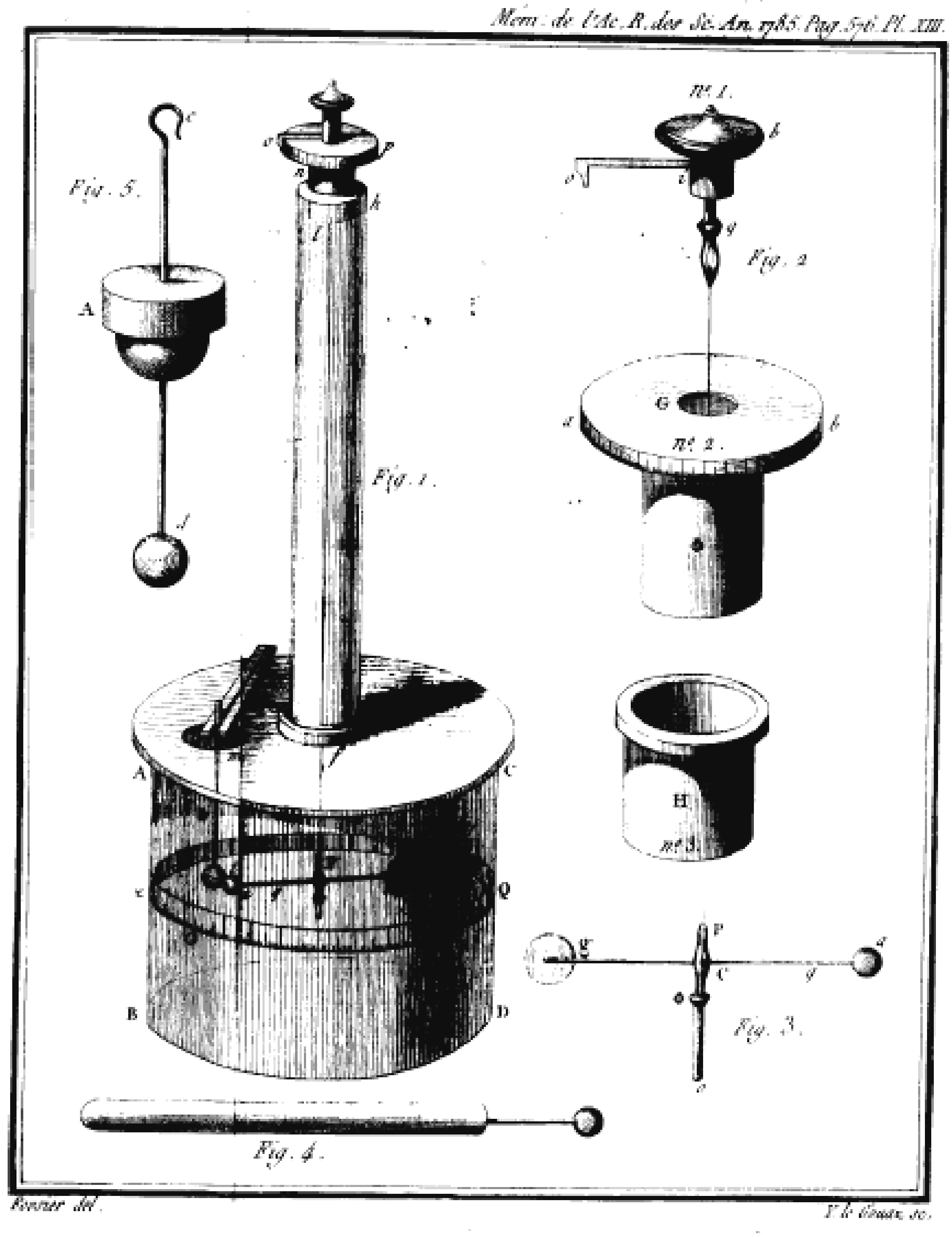


Fig. 6. Torsiebalans van Coulomb met verschillende componenten zoals Coulomb die omstreeks 1777 zelf schetste in één van zijn wetenschappelijke publicaties.

De principewerking van de torsiebalans werd, zoals in een vorig gedeelte besproken, door Henry Cavendish bedacht. Daarom wordt ook de torsiebalans gebruikt door Coulomb dikwijls als de 'torsiebalans van Cavendish' aangeduid. Charles-Augustin de Coulomb optimaliseerde het systeem van Cavendish echter voor het meten van zeer kleine elektrische ladingen in plaats van grote massa's. Deze beduidend verschillende toepassing bracht toch een aantal complicaties in verband met de structuur van het toestel met zich mee.

Coulomb legde de laatste hand aan zijn versie van de torsiebalans reeds in 1777 (zie fig. 6). Het basiselement van het apparaat bestaat ruwweg uit twee metalen bollen, een glazen cilinder en een langere buis die op de cilinder wordt geplaatst. Eén van de bollen zit verankerd in de cilinder en is verbonden met een stukje geleidend materiaal dat uit de cilinder steekt. De tweede metalen bol is door middel van een staafje met tegengewicht vrij beweegbaar opgehangen aan een zilverdraadje in de buis. Als met behulp van geleiders die buiten het apparaat kunnen aangesloten worden een lading op de bollen komt te staan, treedt de torsiebalans in werking. Zijn beide ladingen positief of beide negatief, dan stoten de bollen elkaar af. Zijn de ladingen verschillend, dan trekken de bollen elkaar aan. Net zoals voor de torsiebalans van Cavendish is de grootte van het krachtkoppel dat de ladingen veroorzaken op een schaal aan de buitenkant van de glazen cilinder af te lezen. Door verschillende ladingen (zowel in grootte als van teken) op verschillende afstanden tegenover mekaar te plaatsen, kon Coulomb zijn experimentele wet voor de elektrostatica formuleren. Daarbij verwaarloosde hij (terecht, zoals ook verder zal blijken) de invloed van de gravitatiewerking tussen de twee geladen bollen.

2.5. Wet van Coulomb

Louter door voor veelvuldig gebruik te maken van zijn torsiebalans met een groot aantal verschillende ladingen en onderlinge afstanden, slaagde Charles-Augustin de Coulomb erin vier wetmatigheden voor de elektrische wisselwerking tussen twee geladen deeltjes vast te leggen. Zelf formuleerde hij deze wetmatigheden als volgt:

- *De kracht is gericht volgens de verbindingslijn van de twee geladen deeltjes.*
- *De grootte van de kracht is omgekeerd evenredig met het kwadraat van de onderlinge afstand r tussen de twee aangrijpingspunten:*

$$F \sim \frac{1}{r^2} \tag{12}$$

- *De grootte van de kracht is evenredig met de grootte van de eerste lading q_1:*

$$F \sim q_1 \tag{13}$$

- *De grootte van de kracht is evenredig met de grootte van de tweede lading q_2:*

$$F \sim q_2 \tag{14}$$

Vervolgens vatte Coulomb zijn afzonderlijke bevindingen samen in wat nu nog steeds de Wet van Coulomb voor de elektrostatica wordt genoemd:

> *De kracht tussen twee geladen (punt)deeltjes is evenredig met hun ladingen, omgekeerd evenredig met het kwadraat van hun onderlinge afstand en gericht langs de verbindingslijn van de deeltjes.*

Dit kan mathematisch als volgt worden voorgesteld:

$$F \sim \frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{15}$$

Men spreekt hierbij steeds van de elektrostatica omdat verondersteld wordt dat de beschouwde ladingen ten opzichte van de waarnemer in rust zijn of slechts met zeer kleine snelheid bewegen. Voor snel bewegende ladingen treden namelijk relativistische complicaties op die hier niet verder zullen worden behandeld.

Vreemd genoeg werd de Wet van Coulomb zoals die nu in zijn wiskundige vorm gekend is nooit door de Franse ingenieur zelf opgesteld. Het was immers pas na zijn dood dat vgl. (15) werd omgevormd tot volgende uitdrukking:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{16}$$

met $k = 8{,}988 \cdot 10^9$ N.m²/C² een evenredigheidsconstante (constante van Coulomb) die uit respect voor het veelvuldig empirisch onderzoek van Charles-Augustin de Coulomb postuum toch nog naar hem werd vernoemd.

Uit verder onderzoek bleek dat de constante van Coulomb k in wezen nog afhankelijk is van de permittiviteit ε van de middensof tussen de twee geladen deeltjes. Deze permittiviteit is een fysische grootheid die beschrijft in welke mate een (statisch) elektrisch veld een medium beïnvloedt of erdoor beïnvloed wordt. De waarde van k wordt echter meestal gegeven in functie van de permittiviteit van het vacuüm ε_0:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \tag{17}$$

waarbij $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ C²/N.m², met logischerwijs omgekeerde eenheden in vergelijking met de constante van Coulomb.

3. Analyse van de analogie

In dit gedeeltje zal onderzocht worden waarom precies de Wet van Coulomb en de Gravitatiewet van Newton aan eenzelfde wiskundig formalisme voldoen, hoewel in de loop van de geschiedenis beide wetenschappers op een duidelijk verschillende manier hun respectievelijke wetten uit waarnemingen hebben afgeleid.

Dit onderzoek van de niet te ontkennen analogie tussen de Wet van Coulomb en Gravitatiewet van Newton zal in eerste instantie op het niveau van de klassieke natuurkunde worden uitgevoerd. Pas in een tweede gedeelte zal gekeken worden naar het ontstaan van de krachten in kwestie volgens het kwantummechanische Standaardmodel. Hierbij kan dan onmiddellijk worden aangetoond dat de fysische analogie tussen beide fenomenen ook in dit model behouden blijft.

3.1. Klassieke benadering

Teneinde de analogie tussen de Wet van Coulomb en de Gravitatiewet van Newton op een klassieke manier zo volledig mogelijk te bespreken, worden om te beginnen een aantal gelijkenissen tussen beide wetten op een rijtje gezet:

- *Met zowel de coulombkracht als de gravitatiekracht kan een veld geassocieerd worden, in dit geval respectievelijk het elektrisch veld en het gravitatieveld genoemd.*
- *Dit veld wordt opgewekt (voor een klassieke waarnemer althans) in een driedimensionale fysieke ruimte en werkt dus bolvormig of sferisch.*
- *Tenslotte moet de grootte van de kracht of het veld om symmetrieredenen op één of andere manier afhankelijk zijn van de grootte van beide beschouwde ladingen of massa's.*

Er kan nu op een eerder kwalitatieve manier worden bewezen dat bovenstaande gelijkenissen automatisch tot eenzelfde wiskundig formalisme voor ogenschijnlijk verschillende krachten aanleiding geven. Daarvoor zullen de deeltjeseigenschappen massa en lading onder eenzelfde noemer 'materie-eigenschap x' gebundeld worden. We zullen in wat volgt dus algemeen spreken over een kracht F_x werkend tussen materie-eigenschap x_1 van een eerste deeltje en x_2 van een tweede deeltje.

Van een veld dat veroorzaakt wordt door een deeltje met eigenschap x in een driedimensionale ruimte weet men dat de sterkte (of gerelateerde intensiteit) ervan een sferisch dempend verloop kent. Dat wil zeggen dat net zoals voor een sferische lichtgolf die in de ruimte wordt uitgezonden, de intensiteit van het veld of de golf kwadratisch zal afnemen met de afstand tot de bron. De oppervlakte $A = 4\pi r^2$ van de uitgestuurde golf of die het veld moet in beslag nemen zal namelijk vier keer groter worden als de afstand tot het deeltje verdubbelt (zie fig. 7). Dit volgt rechtstreeks uit de klassieke meetkunde. Men kan dus stellen dat de sterkte van het veld – of daaraan verbonden de grootte van de kracht F_x – omgekeerd evenredig is met de oppervlakte van een bol met straal r, met r de afstand tussen de twee beschouwde fysische objecten.

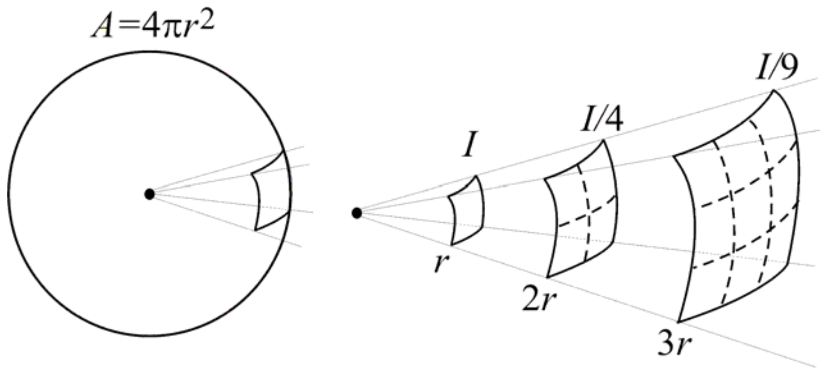


Fig. 7. De oppervlakte van een bolvorm neemt kwadratisch toe in een driedimensionale ruimte en leidt dus tot een omgekeerde kwadraatwet voor de intensiteit van een golf of de sterkte van een veld.

De bovenstaande redenering kunnen we reeds wiskundig voorstellen als volgt:

$$F_x \sim \frac{1}{4\pi r^2} \tag{18}$$

Nu we al twee van de drie vooropgestelde gelijkenissen tussen de Wet van Coulomb en de Gravitatiewet van Newton gebruikt hebben, rest ons nog de laatste om te onderzoeken op welke manier de grootte van de kracht F_x afhangt van x_1 en x_2. Deze afhankelijkheid kan eenvoudig onderzocht worden met behulp van volgend gedachtenexperiment:

Omdat de aard van de evenredigheid tussen de kracht F_x en deeltjeseigenschap x niet gekend is, wordt eerst verondersteld dat F_x evenredig is met een willekeurige reële macht n van x:

$$F_x \sim x^n \tag{19}$$

Beschouw nu een systeem van drie deeltjes, waarvan twee de eigenschap x_1 hebben en één de eigenschap x_2 heeft. Bovendien bevinden beide x_1 zich zeer dicht bij mekaar en op relatief grote afstand ten opzichte van x_2 (zie fig. 8).

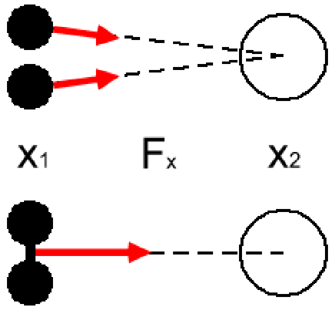


Fig. 8. Krachtwerking tussen drie deeltjes (boven) waarvan twee met elkaar worden verbonden door middel van een lichaam met verwaarloosbare deeltjeseigenschap x (onder). Voor de duidelijkheid van de figuur werden enkel de krachten op de voorwerpen x_1 getekend.

Wanneer de krachtwerking tussen beide lichamen x_1 voor dit gedachtenexperiment buiten beschouwing wordt gelaten, kan de krachtfactor veroorzaakt door de aanwezigheid van materie-eigenschap x voor elk van de deeltjes x_1 en deeltje x_2 als volgt worden voorgesteld:

$$(x_1)^n (x_2)^n \tag{20}$$

Als nu in een volgende fase echter de lichamen x_1 met elkaar verbonden worden door middel van een lichaam met verwaarloosbare materie-eigenschap x, dan zullen deze fysisch een nieuw geheel vormen met eigenschap $2x_1$ (zie opnieuw fig. 8). De krachtfactor veroorzaakt door de aanwezigheid van eigenschap x in het systeem wordt dan analoog met voorgaande:

$$(2x_1)^n (x_2)^n = 2^n (x_1)^n (x_2)^n \tag{21}$$

Dit laatste resultaat moet nu volgens de klassieke mechanica ook bekomen worden indien beide krachtenfactoren uit de eerste situatie worden opgeteld:

$$(x_1)^n (x_2)^n + (x_1)^n (x_2)^n = 2(x_1)^n (x_2)^n \tag{22}$$

Een vergelijking van de krachtfactoren (21) en (22) leert dan onmiddellijk dat 2^n gelijk moet zijn aan 2, of met andere woorden dat $n = 1$. Naast uitdrukking (18) volgt uit bovenstaand gedachtenexperiment dus dat de grootte van de kracht F_x recht evenredig is met de grootte van materie-eigenschap x van elk van de deeltjes:

$$F_x \sim x_1 \text{ en } F_x \sim x_2 \tag{23}$$

Aangezien op dit moment geen andere factoren bekend zijn die de grootte van de kracht F_x beïnvloeden, kunnen evenredigheden (18) en (23) gecombineerd worden tot:

$$F_x = C_x \cdot \frac{1}{4\pi r^2} \cdot x_1 \cdot x_2 \tag{24}$$

met C_x een nader te bepalen evenredigheidsfactor, horende bij materie-eigenschap x. Uitdrukking (24) heeft dan ook een analoge vorm als zowel de coulombkracht als de gravitatiekracht, zoals we wouden aantonen. Algemeen kan dus het volgende gesteld worden:

De grootte van een kracht F_x die volgens een sferisch veld werkt tussen twee (punt)lichamen is recht evenredig met de materie-eigenschap x van elk van de lichamen en omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand r tussen beide lichamen.

Merk hierbij op dat het feit dat de kracht werkt volgens de verbindingslijn van de twee lichamen – zoals vroeger dikwijls werd geformuleerd – ook onmiddellijk volgt uit het bolvormig zijn van het krachtveld. De veralgemeende krachtwerking F_x die voldoet aan vgl. (24) wordt nogmaals grafisch voorgesteld in onderstaande fig. 9.

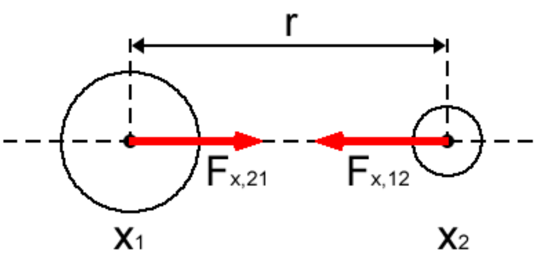


Fig. 9. Krachtwerking tussen twee lichamen met deeltjeseigenschappen x_1 en x_2 die zich op een onderlinge afstand r van mekaar bevinden.

Ondanks de overduidelijke analogie tussen de coulombkracht en de gravitatiekracht, bestaan tussen beide wetten toch een aantal relevante verschillen:

- De coulombkracht kan, in tegenstelling tot de zwaartekracht, ook afstotend zijn. Dit is een gevolg van het bestaan van zowel positieve als negatieve elektrische ladingen. Enkel twee tegengestelde ladingen zullen mekaar aantrekken, terwijl gelijksoortige ladingen mekaar steeds gaan afstoten. Er bestaan echter enkel positieve massa's die steeds een aantrekkende invloed op mekaar uitoefenen.
- Hoewel de Wet van Coulomb en de Gravitatiewet van Newton gelijkvormig zijn, hebben beide krachten binnen eenzelfde fysisch systeem toch een beduidend verschillende grootteorde. Beschouw bijvoorbeeld twee elektronen die zich op een afstand van 1.0 nm van elkaar bevinden. Wetende dat de rustmassa van een elektron gelijk is aan $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, krijgen we dan voor de grootte van de gravitatiekracht $F_G = 5,5 \cdot 10^{-53}$ N. De elementaire lading bedraagt echter $1,6 \cdot 10^{-19}$ C, zodat de coulombkracht $F_C = 2,3 \cdot 10^{-10}$ N. Uit deze korte berekening blijkt duidelijk dat in deze situatie de gravitatiekracht vele grootteordes

kleiner en dus verwaarloosbaar is ten opzichte van de coulombkracht, die beide elektronen van mekaar zal wegduwen. Het is enkel wanneer de werking van de coulombkracht niet zichtbaar is (wanneer ladingen mekaar opheffen) en voor zeer grote massa's – bijvoorbeeld voor de planeten in ons zonnestelsel – dat duidelijk de effecten van de gravitatiekracht zichtbaar worden.

- De kritische lezer bedacht bij vgl. (24) reeds dat de evenredigheidsfactor C_x wel constant is voor de gravitatiekracht (gelijk aan $4\pi G$), maar afhankelijk is van de permittiviteit van het tussenliggende medium voor de coulombkracht (gelijk aan $4\pi k = 1/\varepsilon$). In vgl. (17) werd echter terecht opgemerkt dat de (wel constante) permittiviteit van het vacuüm ε_0 meest relevant is. Op subatomair niveau kan men immers steeds de ruimte tussen de elementaire deeltjes als vacuüm beschouwen. Wanneer dus een medium een permittiviteit verschillend van ε_0 heeft, is dat niets anders dan het effect op het macroniveau van de werking van de Wet van Coulomb op microniveau, met $C_x = 1/\varepsilon_0$.

3.2. Vergelijking met het Standaardmodel

Het aantonen van de analogie tussen de Wet van Coulomb en de Gravitatiewet van Newton binnen het kwantummechanische Standaardmodel is principieel eenvoudiger dan op het eerste zicht zou kunnen blijken. Hierbij zal opnieuw van een aantal (nu kwantummechanische) gelijkenissen tussen beide wetten vertrokken worden:

- *Een kracht die werkt tussen twee lichamen wordt kwantummechanisch veroorzaakt door het uitwisselen van krachtdeeltjes. Voor de coulomb- en gravitatiekracht zijn dat respectievelijk zogeheten (virtuele) fotonen en gravitonen.*
- *Deze krachtdeeltjes kunnen beschouwd worden als discrete energiepakketjes die zich voor een niet-relativistische waarnemer (bewegend met kleine snelheid ten opzichte van het beschouwde systeem) sferisch rond een materiedeeltje verspreiden in een driedimensionale fysieke ruimte.*
- *Het aantal krachtdeeltjes dat door twee lichamen wordt uitgewisseld is recht evenredig met de grootte van de kracht tussen de beschouwde materiedeeltjes, die – opnieuw om symmetrieredenen – op zijn beurt op één of andere manier afhangt van de grootte van beide ladingen of massa's.*

Net zoals voor de klassieke benadering in deel 3.1 zal ook in dit gedeelte op een kwalitatieve manier worden aangetoond dat bovenstaande gelijkenissen tot eenzelfde wiskundig formalisme voor de coulomb- en gravitatiekracht aanleiding geven. Daarbij zal opnieuw gebruik worden gemaakt van een veralgemeende kracht F_x die werkt tussen twee deeltjes x_1 en x_2. Deze interactie geschiedt nu echter door het uitwisselen van veralgemeende krachtdeeltjes d_x, in plaats van door de aanwezigheid van een krachtveld.

Veronderstel dat op een begintijdstip t_0 een bepaald aantal krachtdeeltjes d_x sferisch worden 'uitgezonden' door een centraal materiedeeltje x. Deze krachtdeeltjes zullen zich door hun gelijke snelheid op een tijdstip t_1 over een boloppervlak met straal r_1 hebben verspreid, op een tijdstip t_2 over een boloppervlak met straal r_2, enzovoort (zie fig. 10). Men kan dan eenvoudig stellen dat de dichtheid van het aantal krachtdeeltjes op een bepaalde afstand r van het centrale materiedeeltje – of daaraan verbonden de grootte van de kracht F_x – omgekeerd evenredig is met de oppervlakte van een sfeer met straal r. Dit resultaat is volledig in overeenkomst met de evenredigheid van uitdrukking (18).

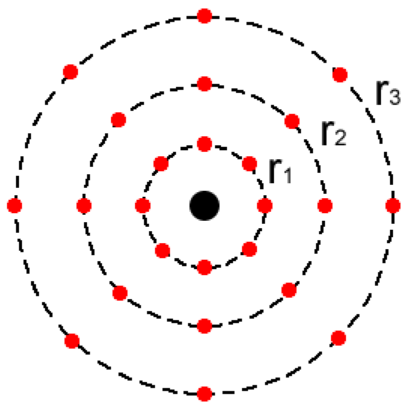


Fig. 10. Sferische spreiding (2D voorstelling) van acht krachtdeeltjes d_x (rood) geassocieerd met de kracht F_x rond een lichaam met materie-eigenschap x (midden, zwart).

We weten uit de derde kwantummechanische gelijkenis tussen de coulombkracht en de gravitatiekracht al dat de grootte van de kracht recht evenredig is met het aantal uitgewisselde krachtdeeltjes d_x. Dit gegeven geldt nu precies omdat de kracht door deze deeltjesuitwisseling wordt bewerkstelligd. In feite moet daarom enkel nog worden onderzocht op welke manier de kracht evenredig is met de materie-eigenschap x van de beschouwde lichamen. Dit onderzoek verschilt echter in geen enkel opzicht met het gedachtenexperiment dat werd uitgevoerd in de klassieke benadering en zal hier dus achterwege worden gelaten. Men kan dus onmiddellijk besluiten dat ook volgens het Standaardmodel uitdrukking (23) geldig is.

Bovenstaande leert ons dat de klassieke benadering en het kwantummechanische Standaardmodel beiden tot vgl. (24) voor een veralgemeende kracht F_x aanleiding geven. Beide modellen zijn dan ook in staat de analogie tussen de Wet van Coulomb en de Gravitatiewet van Newton voldoende te verklaren. Uiteraard zijn nog steeds een aantal verschillen tussen de coulomb- en gravitatiekracht geldig, maar deze zijn zoals aangetoond niet wiskundig van aard. Verschillen zijn louter afkomstig van de waarden die bepaalde parameters in ons universum (kunnen) aannemen.

Op dit punt moet zeker en vast nog worden opgemerkt dat de gravitatiewerking in 1915 door Albert Einstein (1879-1955) in zijn algemene relativiteitstheorie op een volledig andere manier – namelijk door kromming van de vierdimensionale ruimtetijd – kon worden verklaard. Zijn model leidde bovendien tot nauwkeuriger resultaten dan diegene die met het model van Newton ooit konden bekomen worden. Einstein (en andere na hem) slaagde er echter niet in een analoog model voor de elektrostatische interactie op te bouwen. Vandaar dat dit model in deze klassieke bespreking van de Wet van Coulomb en Gravitatiewet van Newton buiten beschouwing werd gelaten.

4. Moderne reconstructie

In dit onderdeel zal een antwoord gezocht worden op de vraag of we met onze moderne middelen de natuurwetten in kwestie volledig los van alle gekende theorieën en aan de hand van empirische gegevens (nauwkeuriger of efficiënter) kunnen reconstrueren. Hierbij moet nogmaals op de analogie tussen de Wet van Coulomb en de Gravitatiewet van Newton worden gewezen, vooral dan wat hun experimentele bepaling betreft. Inderdaad, ondanks het feit dat Newton zijn gravitatiewet via een meer theoretische weg wist te formuleren, kan men stellen dat deze ook volledig uit het experiment van Cavendish kan afgeleid worden. Bovendien slaagde Coulomb erin om louter gebruik makend van zijn torsiebalans de Wet van Coulomb te definiëren zoals wij die nu nog steeds kennen. Daar komt nog bij dat zowel de coulombconstante k als de gravitatieconstante G met behulp van een torsiebalans experimenteel kon worden bepaald.
Uit bovenstaande kan men besluiten dat voor een moderne reconstructie van beide natuurwetten in principe één ingenieuze versie van de torsiebalans zou kunnen volstaan. Een constructie zoals beschreven door Cavendish waarbij op de massa's een bepaalde lading kan overgedragen worden zou dan voor het experimentele bepalen van zowel de Wet van Coulomb als de Gravitatiewet van Newton voldoende zijn. Zoals eerder vermeld bestaat echter een immens grootteordeverschil tussen de krachten opgewekt tussen respectievelijk twee elektrische ladingen en twee massa's. In praktijk zal men dus het ontwerp van de torsiebalans aan de te meten deeltjesinteractie aanpassen.

Een moderne versie van de torsiebalans van Coulomb wordt weergegeven in fig. 11. Deze opstelling laat toe de Wet van Coulomb volledig en met grote precisie te reconstrueren. In vergelijking met de oorspronkelijke versie van Coulomb, vertoont deze huidige vorm van de torsiebalans toch een aantal opmerkelijke verschillen. Zo wordt de kracht die beide ladingen op mekaar uitoefenen bepaald door één van beide ladingen aan een statief met koppelmeting (in plaats van aan een roterende draad) te bevestigen. Het ontbreken van bewegende onderdelen aan het toestel heeft dan ook een positieve invloed op de nauwkeurigheid van de meetresultaten.

Fig. 11. Moderne versie van de torsiebalans van Coulomb. De lading rechts bevindt zich op een vaststaande constructie, de lading links is verbonden met een statief dat het meten van een krachtkoppel toelaat.

Bij de huidige meettechnieken voor het bepalen van de Wet van Coulomb moeten nog een tweetal zaken worden opgemerkt. In de eerste plaats laat moderne meetapparatuur toe elektrische ladingen zeer nauwkeurig te bepalen en zelfs op het niveau van de elementaire lading te transporteren. Dat maakt het experimenteel verifiëren van de Wet van Coulomb op dit moment uiteraard stukken eenvoudiger. Coulomb zelf kende (bij benadering) namelijk enkel bepaalde verhoudingen tussen de ladingen die hij in zijn eerder primitieve torsiebalans beschouwde. Toen hij zijn experimenten uitvoerde was van een eenheidslading dan ook nog geen sprake. Deze werd pas in 1909 door Robert Millikan (1868-1953) ontdekt.
Tenslotte volgt duidelijk uit vgl. (17) dat de coulombconstante ook impliciet kan bepaald worden door de permittiviteit van het vacuüm ε_0 te meten. Deze laatste kan op zijn beurt bijvoorbeeld uit een capaciteitsmeting van een condensator worden afgeleid:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{r} \tag{25}$$

waarbij C de grootte van de capaciteit voorstelt, en A en r respectievelijk voor de oppervlakte en onderlinge afstand van beide condensatorvlakken staan.

Hoewel eerder vermeld werd dat een moderne reconstructie van de torsiebalans van Cavendish eveneens het nauwkeurig bepalen van de Gravitatiewet van Newton zou toelaten, werden min of meer recentelijk toch een aantal andere methoden voor het verifiëren van deze natuurwet ontwikkeld [1]. Vooral het steeds preciezer bepalen van de gravitatieconstante blijft tot de streefdoelen van de moderne experimentele natuurkunde behoren. In 2000 werkten Gundlach en Merkowitz bijvoorbeeld nog een nieuwe meetmethode uit [2]. Hun moderne versie van de torsiebalans bestaat uit vier of acht sferen van elk acht kilogram die door beweging op een draaiende schijf een meetbare torsiekracht op een metalen plaatje aan een fiber uitoefenen (zie fig. 12 a en fig. 13). In de twintigste eeuw werden echter ook andere technieken ontwikkeld voor het meten van G. Eén van deze technieken maakte gebruik van een zeer gevoelige balans die de invloed van een 13 ton zware kwikschijf op een massa van één kilogram registreerde wanneer deze schijf van boven naar onder de massa werd verplaatst (zie fig. 12 b). Een ander experiment mat met behulp van een laser-interferometer de verschillende valversnelling g van een voorwerp dat een schijf van 500 kg respectievelijk boven en onder zich had (zie fig. 12 c). Alweer een andere methode bestond uit het bestuderen van straling in een microgolfcaviteit die onder invloed van 500 kg zware massa's groter of kleiner kon gemaakt worden. Tenslotte werd de gravitatieconstante ook bepaald door een kleine torsiebalans in vloeibaar helium onder te brengen. Hierbij werd echter in tegenstelling tot het experiment van Cavendish gebruik gemaakt van roterende schijven in plaats van massieve bollen om de nodige torsiekracht op te wekken (zie fig. 12 d).

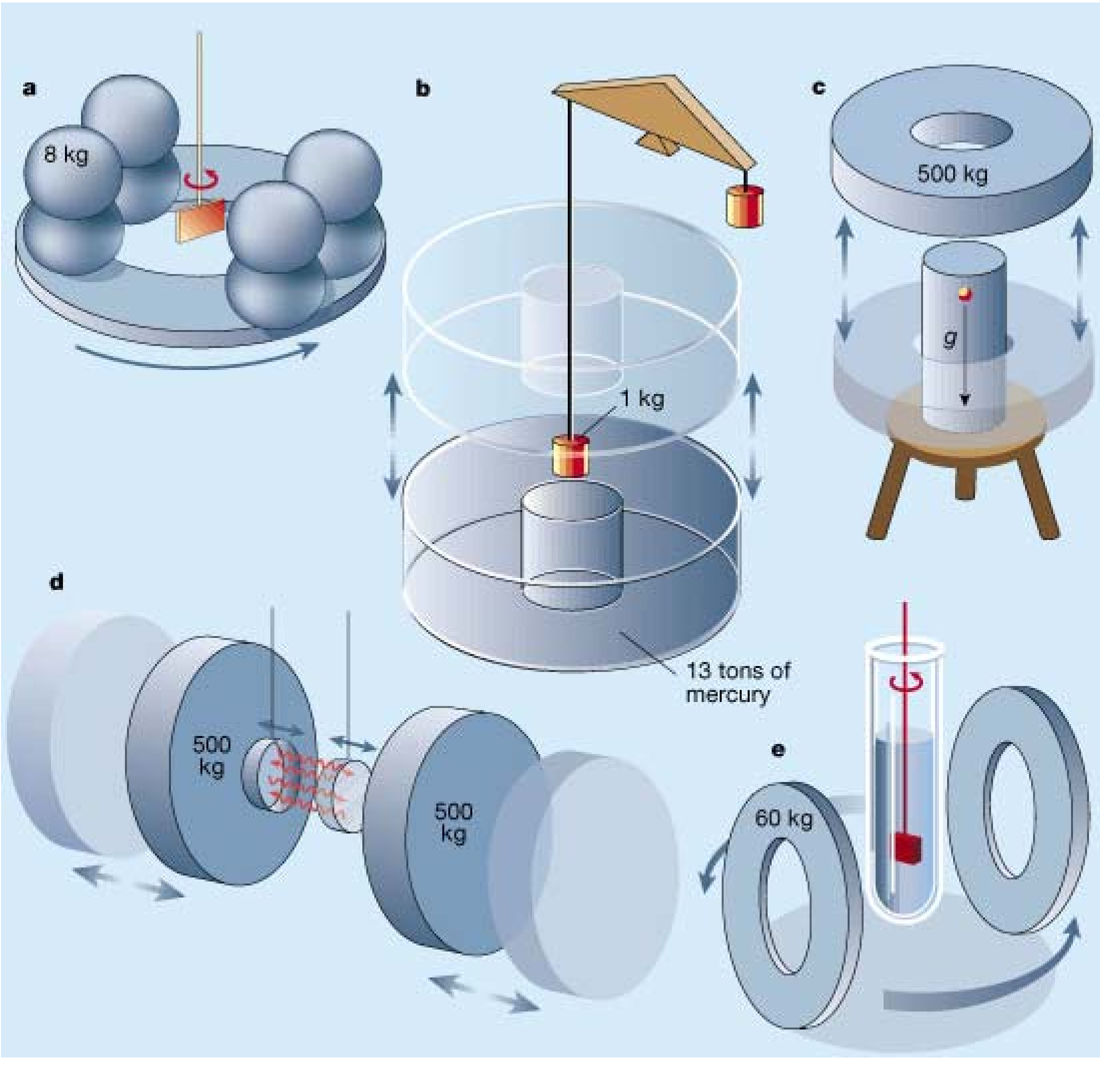


Fig. 12. Overzicht van vijf moderne opstellingen die toelaten de gravitatieconstante zeer nauwkeurig te bepalen [1]. De eerste methode (a) kent op dit moment nog steeds het meeste succes.

Tot op heden kent de meetmethode van Gundlach en Merkowitz nog steeds het meeste succes. Hun gebruikte torsiebalans reduceert immers grotendeels verschillende bronnen tot onzekerheden in vergelijking tot eerdere opstellingen. De methode is bijvoorbeeld ongevoelig voor niet-elastische eigenschappen van de fiber. Bovendien minimaliseert een vlakke slinger de gevoeligheid van het toestel als gevolg van de verdeling van slingerdichtheid. Ten derde reduceren continue rotaties van de gravitatiekracht de achtergrondruis op het meetresultaat. Dit alles maakt dat de waarde voor de gravitatieconstante bepaald door Gundlach en Merkowitz nu nog steeds als meest nauwkeurig wordt beschouwd: $G = (6,674215 \pm 0,000092)10^{-11}$ N.m²/kg² [2]. Het is dan ook zeker de moeite waard hun hoogtechnologische torsiebalans in nader detail te bekijken (zie fig. 13). Vergeet daarbij niet te vergelijken met de torsiebalans van Cavendish in fig. 5.

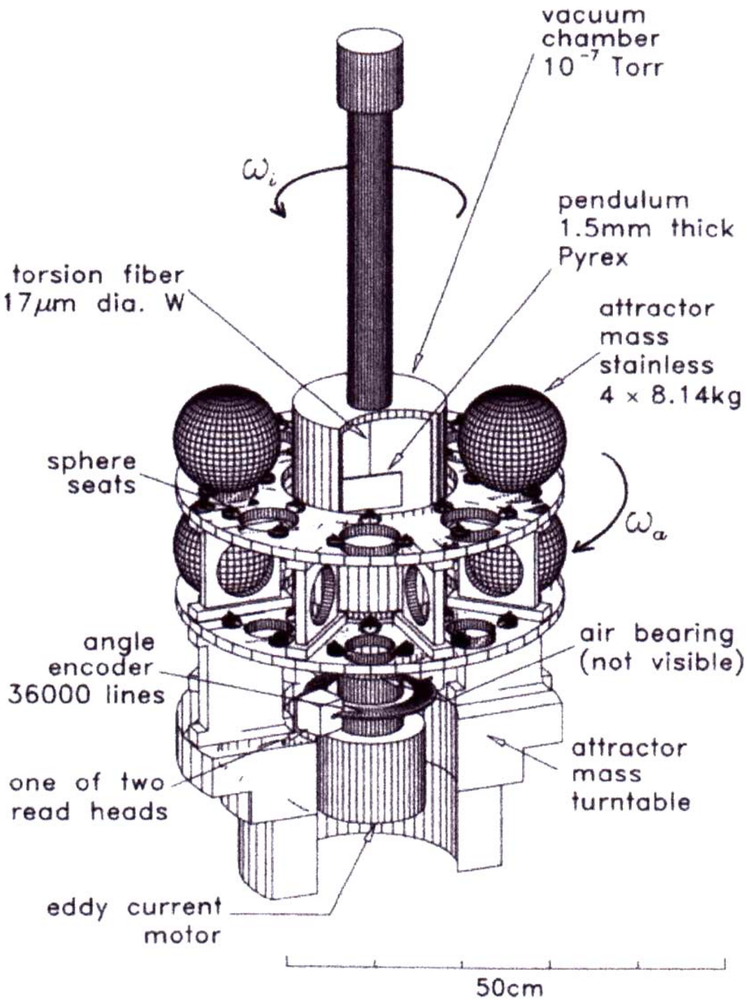


Fig. 13. De torsiebalans ontworpen door Gundlach en Merkowitz omstreeks 2000. Links een foto van de opstelling, rechts een schematische doorsnede van hetzelfde meettoestel [2].

5. Conclusies

Alvorens de historische opbouw van en de analogie tussen de Wet van Coulomb en de Gravitatiewet van Newton in een samenhangende lesopdracht te gieten, zal getracht worden bovenstaande ideeën met de cursusinhoud te verbinden. In dit gedeelte zullen dus een aantal besluiten bij de tekst worden geformuleerd, verwijzend naar een ruimere maatschappelijke en wetenschapsfilosofische analyse van de vakinhouden.

Op de eerste plaats kan men vaststellen dat een historische benadering van zowel de Wet van Coulomb als de Gravitatiewet van Newton toelaat deze natuurwetten veel diepgaander te begrijpen dan wanneer men deze enkel op een beknopt presenteerblaadje krijgt voorgeschoteld. Als auteur van dit werk moet ik dan ook toegeven dat zelfs mijn inzicht in deze materie door dit schrijven nog merkelijk is toegenomen.

Aangezien het begrijpen van (modellen van) natuurwetten toch een wel zeer belangrijk aspect van de wetenschappelijke geletterdheid vormt, zou volgens mijn opinie in het middelbaar en hoger onderwijs beduidend meer belang en tijd aan de historische reconstructie ervan moeten besteed worden. Dergelijke persoonlijke constructie van kennis sluit volledig aan bij het constructivistische onderwijsbeeld en pleit dus overduidelijk voor het invoeren van de geschiedenis van de wetenschappen in het huidige curriculum. Een historische benadering van de wetenschappelijke leerstof kan bovendien de wetenschappelijke geletterdheid voor het gros van de bevolking enkel doen toenemen. Een onderwijsmethodologie die bij dergelijke benadering aansluit zou immers wetenschap meer mensgebonden en voor iedereen begrijpbaar maken en zodoende uit zijn huidige, dikwijls als ivoren toren ervaren positie kunnen weghalen.

Spijtig genoeg blijkt in het praktische onderwijssysteem dat nu aan de orde is echter weinig ruimte te bestaan voor dergelijke instructieaanpak. De kunst van het wetenschappelijk onderwijzen zou erin moeten bestaan de leerlingen zichzelf te laten overtuigen van de juistheid van de voorgelegde kennis, in plaats van hen de leerstof zonder meer voor waar te laten aanvaarden. Op die manier ontwikkelen leerlingen en studenten een kritische houding die zonder twijfel tot hun bredere wetenschappelijke geletterdheid bijdraagt. Daarenboven maakt dergelijke houding mensen ook na hun onderwijscarrière enigszins intellectueel resistent tegen zogezegd wetenschappelijk gestaafde problematiek in de media, harde uitspraken van pseudowetenschappers en allerlei vormen van hoogopgevoerde toogpraat.

Het belang van een degelijke wiskundige onderbouw voor wetenschappelijke studies blijkt in deze verhandeling duidelijk uit de beschreven analogie tussen beide natuurwetten in kwestie. Deze analogie werd namelijk in eerste instantie tussen wiskundige modellen vastgesteld en naar voren gebracht. Wiskundige modellering van fysische fenomenen behoort dan ook tot één van de voornaamste takken van het wetenschappelijk (hier natuurkundig) onderzoek. Zoals al eerder aangegeven vertonen alle (wiskundige) modellen echter ook hun beperkingen. De beschreven modellen bieden bijvoorbeeld geen diepere verklaring voor het ontstaan of waarom van de coulomb- of gravitatiekracht. Het begrijpen van de opbouw van een kracht en de aard van zijn werking impliceert dan ook niet dat de krachtwerking *an sich* begrepen is. Het grootteordeverschil tussen beide krachten is bijvoorbeeld enkel door de eigenschappen van het universum bepaald. De mens kan hier op dit moment zelf geen plausibele verklaring voor geven.

Waar in deel 3 van deze tekst louter de analogie tussen de Wet van Coulomb en de Gravitatiewet van Newton besproken werd, dient men hier ook de implicatie van een dergelijke aanpak te onderstrepen. Het feit dat een gemeenschappelijk formalisme bestaat voor de fysische interactie tussen zowel elektrische ladingen als massa's, vormt een prachtig voorbeeld van de zogeheten kracht van de wetenschap. Deze geldt zodanig universeel en allesomvattend dat twee ogenschijnlijk totaal verschillende doch fundamentele krachtwerkingen op een volledig analoge manier kunnen worden beschreven.

Daarnaast kan men de figuurlijke kracht van de wetenschap ook voor de coulombkracht en gravitatiekracht afzonderlijk duidelijk vaststellen. De Gravitatiewet van Newton geeft namelijk zowel een verklaring voor de beweging van kleine voorwerpen nabij het aardoppervlak als voor de beweging van planeten en sterrenstelsels in het universum. Deze verbinding van het 'hemelse' en het 'aardse' (zie ook deel 2.1) door middel van één enkele natuurwet introduceerde dan ook een gigantische ideologische ommekeer in het Newtoniaanse tijdperk. Dit toont nogmaals aan dat wat nu algemeen aanvaard wordt, vroeger soms een fundamentele verandering van denkwijze met zich meebracht. In de studie van de wetenschappen mag dus zeker en vast de studie van ideeën en revoluties niet ontbreken. Deze belangrijke vaststelling maakt dan ook deel uit van het huidige wetenschappelijke wereldbeeld: Wetenschappelijke ideeën evolueren en veranderen voortdurend, zodat wetenschap nooit voltooid kan zijn. Hieruit moet men opnieuw besluiten dat de studie van de wetenschapsgeschiedenis onlosmakelijk met de wetenschappelijk geletterdheid is verbonden. Zoals ook eerder vermeld, ben ik het persoonlijk volledig met deze stelling eens.

6. Lesopdracht

Het zou al te eenvoudig zijn ter afsluiting van dit schrijven een klassieke les op te stellen die de Wet van Coulomb en de Gravitatiewet van Newton afzonderlijk behandelt. Dergelijke lessen zijn immers volledig uitgewerkt in een ruim arsenaal van handboeken fysica terug te vinden (zie bronvermelding). Daarom wordt hier voor een instructieaanpak gekozen die – net zoals in alle voorgaande, maar nu eerder beknopt – de historiek en analogie van beide natuurwetten in kwestie voldoende benadrukt. Aangezien op die manier de leerstof nogal wiskundig van aard is, heeft deze lesopdracht een klas uit het zesde middelbare onderwijs met een zekere minimale wiskundige en natuurkundige achtergrond als doelgroep.

De Wet van Coulomb en Gravitatiewet van Newton beslaan grotendeels – de elektrostatica behoort eigenlijk tot het elektromagnetisme – twee van de vier fundamentele krachtenwerkingen die op dit ogenblik in de natuurkunde gekend zijn. Een indicatie op een tijdsas van de jaartallen waarop deze vier krachten voor het eerst werden beschreven (zie fig. 14), maakt de leerlingen onmiddellijk duidelijk dat Charles-Augustin de Coulomb en Sir Isaac Newton lang voor de ontdekking van de sterke en zwakke wisselwerking (de twee resterende fundamentele krachten) leefden. Vanuit historisch en technisch rekenkundig oogpunt is het dan ook meest opportuun met de bespreking van de coulomb- en gravitatiekracht aan te vangen.

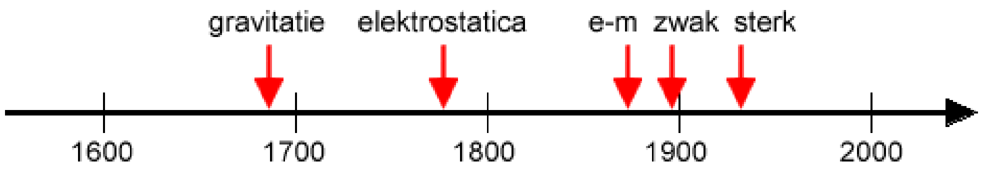


Fig. 14. Indicatie op een tijdsas van de ontdekking of eerste beschrijving van de vier fundamentele krachtwerkingen: Gravitatie door Sir Isaac Newton in 1686, elektrostatica (als onderdeel van het elektromagnetisme van James Maxwell uit 1873) door Charles-Augustin de Coulomb in 1777, de zwakke wisselwerking door Henri Becquerel in 1896 en de sterke interactie door James Chadwick in 1932.

In een tweede lesfase worden de Gravitatiewet van Newton en Wet van Coulomb afzonderlijk en in overeenstemming met de historische discussie in dit schrijven behandeld. Daarbij wordt voor de uitwerking van de gravitatiewerking verondersteld dat de leerlingen met de wetten van Kepler en de klassieke newtoniaanse mechanica vertrouwd zijn. De Wet van Coulomb voor de elektrostatica kan indien mogelijk experimenteel met behulp van een vereenvoudigde torsiebalans of elektroscoop worden opgebouwd. Teneinde de leerlingen op optimale wijze inzicht te laten verkrijgen in de vooropgestelde materie, zou men beide afleidingen naast mekaar kunnen uitwerken. Op die manier wordt ook duidelijk dat totaal verschillende wetenschappelijke aanpakken tot eenzelfde wiskundig formalisme aanleiding kunnen geven (zie fig. 15). Hier kunnen de leerlingen dan zeker en vast voor een eerste maal – in deze les althans – op de kracht van de wetenschap gewezen worden.

Gravitatiewet van Newton (1686)

- wetten van Kepler: …
- cirkelbeweging met centripetale kracht
- combinatie van waarneming en theorie
- waarde van Cavendish voor G

$$\boxed{F_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2}}$$

Wet van Coulomb (1777)

- torsiebalans of elektroscoop
- experimentele evenredigheden: …
- invoering coulombconstante k
- relatie met permittiviteit

$$\boxed{F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}}$$

$$\boxed{F_x = C_x \cdot \frac{1}{4\pi r^2} \cdot x_1 \cdot x_2}$$

Fig. 15. Samenvatting van een bordschema dat voor deze lesopdracht zou kunnen gehanteerd worden. Het parallel uitwerken van twee verschillende historische redeneringen die tot eenzelfde formalisme leiden zou het inzicht in de leerstof moeten vergroten.

De formule die het bordschema in fig. 15 afsluit geeft de aanzet voor een volgende lesfase, waarin de analogie tussen de werking van de coulomb- en gravitatiekracht op een klassieke manier nader wordt onderzocht. Net zoals in dit schrijven mogen daarbij een behandeling van de respectievelijke krachtvelden en het gedachtenexperiment ter bepaling van de evenredigheid tussen krachtgrootte en deeltjeseigenschap (zie paragraaf 3.1) niet ontbreken.
Tenslotte kan deze lesopdracht worden afgerond met een voor de leerlingen misschien eerste aanraking met het Standaardmodel. Een te wiskundig technische benadering mag hier echter niet het doel zijn. Een korte beschrijving van krachtdeeltjes die de sferische werking van de krachten in kwestie kunnen verklaren is daarentegen wel van de orde. Daar kan dan nog aan toegevoegd worden dat krachtdeeltjes niet alle van dezelfde aard zijn, wat op zijn beurt de opvallende verschillen tussen de vier fundamentele krachtwerkingen verklaart.

In zijn geheel zou deze instructieopdracht naar schatting zo'n twee lesuren van 50 minuten à 1 uur in beslag nemen, afhankelijk van de mate waarop de details van de verschillende fysische modellen en wiskundige redeneringen worden uitgewerkt. Naast de beschrijving van de theorie aan bord of op samenvattende slides lijken demonstraties (met bijvoorbeeld een torsiebalans) zeker gewenst, maar geen noodzakelijkheid.

Bronnen

Wetenschappelijke publicaties:

[1] T. Quinn, “Fundamental constants: Measuring big G,” Nature, vol. 408, pp. 919-921, 2000.

[2] J. H. Gundlach en S. M. Merkowitz, “Measurement of Newton’s Constant Using a Torsion Balance with Angular Acceleration Feedback,” Phys. Rev. Lett., vol. 85, pp. 2869-2872, 2000.

Handboeken:

1. J. Jardine, “Natuurkunde… Doen! Deel 2 HV,” Uitgeverij J. H. Kok B. V. Kampen, 1972.
2. J. Fauvel, R. Flood, M. Shortland, en R. Wilson, “Let Newton be! A new perspective on his live and works,” Oxford University Press, 1988.
3. A. Depover, W. Herreman, N. Persoone, A. Vandekerckhove, M.-C. Carpreau, K. Duthoo, G. Feys, en L. Hostyn, “Fysica Vandaag 3.2,” Uitgeverij Pelckmans, 1991.
4. P. Verdonck, W. Verbustel, L. Van Echelpoel, J. Hellemans, en M. Van Deyck, “Standaard Fysica. Tussen atoom en heelal 1A,” Standaard Uitgeverij, 1991.
5. M. Alonso en E. J. Finn, “Fundamentele Natuurkunde 1 Mechanica,” Delta Press, 1996.
6. M. Alonso en E. J. Finn, “Fundamentele Natuurkunde 2 Elektromagnetisme,” Delta Press, 1996.
7. K. De Clippeleir, R. Geuens, R. Hofkens, J. Opdeweegh, en R. Van Den Bempt, “Focus op de Fysica. Elektrodynamica en Elektromagnetisme,” Uitgevrij Wolters Leuven, 1996.
8. A. Depover, W. Herreman, N. Persoone, en A. Vandekerckhove, “Fysica Vandaag 6.3,” Uitgeverij Perckmans, 1999.
9. M. Veltman, “Feiten en mysteries in de deeltjesfysica,” Veen Magazines, 2003.
10. J. Hellemans, B. Hendrickx, en R. Van Peteghem, “Kwantum 4A Deel 1 Mechanica,” Uitgeverij De Boeck, 2005.

Internetbronnen:

- Wikipedia – De vrije encyclopedie: http://www.wikipedia.org